绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

注 意 事 项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共4页，均为非选择题（第1题～第20题，共20题）。本卷满分为160分，考试时间为120分钟，考试结束后请将本试卷和答题卡一并交回。

2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。

3. 请认真核对监考员从答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。

4. 作答试题，必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。

5. 如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

参考公式：

柱体的体积$V=Sh$，其中S是柱体的底面积，h是柱体的高.

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

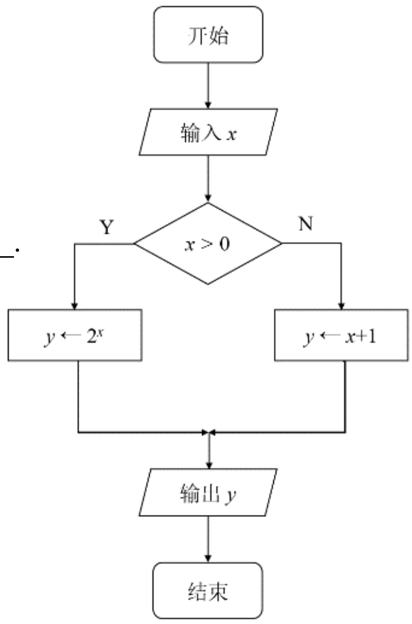
1. 已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{0,2,3\}$，则$A\cap B=$____▲____.

2. 已知i是虚数单位，则复数$z=(1+i)(2-i)$的实部是____▲____.

3. 已知一组数据$4,2a,3-a,5,6$的平均数为4，则a的值是____▲____.

4. 将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷2次，观察向上的点数，则点数和为5的概率是____▲____.

5. 右图是一个算法流程图，若输出y值为-2，则输入x的值是____▲____.



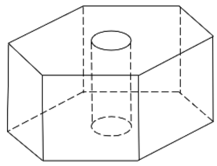
（第5题）

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{5^2}=1(a>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，则该双曲线的离心率是__▲__.

7. 已知 $y=f(x)$ 是奇函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$，则 $f(-8)$ 的值是__▲__.

8. 已知 $\sin^2(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\frac{2}{3}$，则 $\sin 2\alpha$ 的值是__▲__.

9. 如图，六角螺帽毛坯是由一个正六棱柱挖去一个圆柱所构成的. 已知螺帽的底面正六边形长为 2 cm，高为 2cm，内孔半径为 0.5 cm，则此六角螺帽毛坯的体积是__▲__.



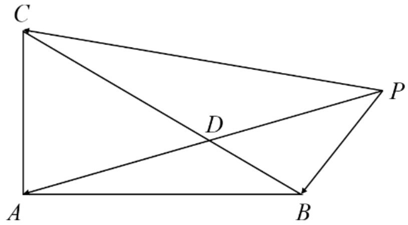
（第 9 题）

10. 将函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，则平移后的图象中与 y 轴最近的对称轴的方程是__▲__.

11. 设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，$\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，已知 $\{a_n+b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-n+2^n-1(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $d+q$ 的值是__▲__.

12. 已知 $5x^2y^2+y^4=1(x,y\in\mathbf{R})$，则 x^2+y^2 的最小值是__▲__.

13. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=4$，$AC=3$，$\angle BAC=90°$，D 在边 BC 上，延长 AD 到 P，使得 $AP=9$，若 $\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+(\frac{3}{2}-m)\overrightarrow{PC}$（$m$ 为常数），则 CD 的长度是__▲__.



(第 13 题)

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $P(\frac{\sqrt{3}}{2},0)$，A，B 是圆 $C:x^2+(y-\frac{1}{2})^2=36$ 上的两个动点，满足 $PA=PB$，则 $\triangle PAB$ 面积的最大值是__▲__.

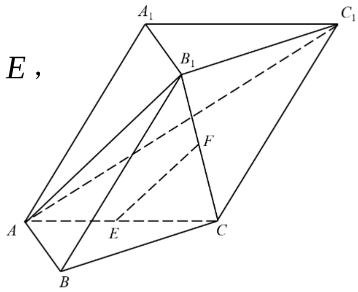
二、解答题：本大题共 6 小题，共计 90 分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp AC$，$B_1C\perp$ 平面ABC，E，F 分别是 AC，B_1C 的中点.

(1) 求证：$EF\,//$ 平面AB_1C_1；

(2) 求证：平面$AB_1C\perp$平面ABB_1.



(第 15 题)

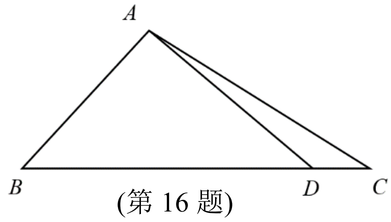
16. (本小题满分 14 分)

在$\triangle ABC$中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c. 已知 $a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=45^{\circ}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值；

(2) 在边 BC 上取一点 D，使得 $\cos\angle ADC=-\dfrac{4}{5}$，

求 $\tan\angle DAC$ 的值.



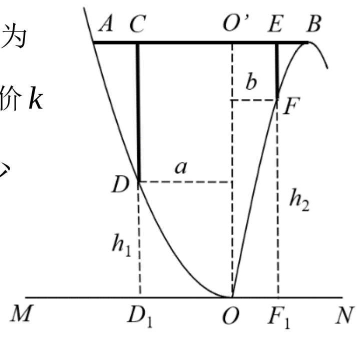
(第 16 题)

17. (本小题满分 14 分)

某地准备在山谷中建一座桥梁，桥址位置的竖直截面图如图所示：谷底 O 在水平线 MN 上，桥 AB 与 MN 平行，OO' 为铅垂线(O' 在 AB 上). 经测量，左侧曲线 AO 上任一点 D 到 MN 的距离 h_1(米)与 D 到 OO' 的距离 a(米)之间满足关系式 $h_1=\dfrac{1}{40}a^2$；右侧曲线 BO 上任一点 F 到 MN 的距离 h_2(米)与 F 到 OO' 的距离 b(米)之间满足关系式 $h_2=-\dfrac{1}{800}b^3+6b$. 已知点 B 到 OO' 的距离为 40 米.

(1) 求桥 AB 的长度；

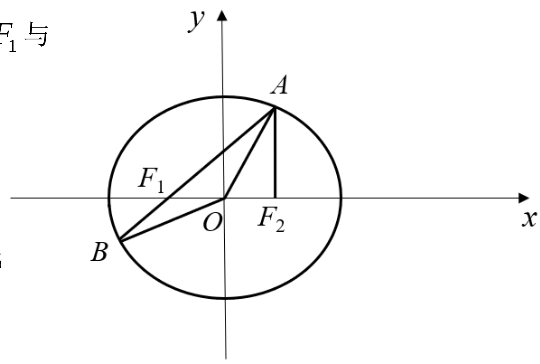
(2) 计划在谷底两侧建造平行于 OO' 的桥墩 CD 和 EF，且 CE 为 80 米，其中 C，E 在 AB 上(不包括端点). 桥墩 EF 每米造价 k(万元)，桥墩 CD 每米造价 $\dfrac{3}{2}k$(万元)($k>0$)，问 $O'E$ 为多少米时，桥墩 CD 与 EF 的总造价最低？



(第 17 题)

18. (本小题满分 16 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 A 在椭圆 E 上且在第一象限内，$AF_2\perp F_1F_2$，直线 AF_1 与椭圆 E 相交于另一点 B.



(第 18 题)

(1) 求 $\triangle AF_1F_2$ 的周长；

(2) 在 x 轴上任取一点 P，直线 AP 与椭圆 E 的右准线相交于点 Q，求 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{QP}$ 的最小值；

(3) 设点 M 在椭圆 E 上，记 $\triangle OAB$ 与 $\triangle MAB$ 的面积分别为 S_1，S_2，若 $S_2=3S_1$，求点 M 的坐标.

19. (本小题满分 16 分)

已知关于 x 的函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$ 与 $h(x)=kx+b(k,b\in\mathbf{R})$ 在区间 D 上恒有 $f(x)\geq h(x)\geq g(x)$.

(1) 若 $f(x)=x^2+2x$，$g(x)=-x^2+2x$，$D=(-\infty,+\infty)$，求 $h(x)$ 的表达式；

(2) 若 $f(x)=x^2-x+1$，$g(x)=k\ln x$，$h(x)=kx-k$，$D=(0,+\infty)$，求 k 的取值范围；

(3) 若 $f(x)=x^4-2x^2$，$g(x)=4x^2-8$，$h(x)=4(t^3-t)x-3t^4+2t^2(0<|t|\leq\sqrt{2})$，$D=[m,n]\subseteq[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$，求证：$n-m\leq\sqrt{7}$.

20. (本小题满分 16 分)

已知数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 的首项 $a_1=1$，前 n 项和为 S_n.设 λ 与 k 是常数，若对一切正整数 n，均有 $S_{n+1}^{\frac{1}{k}}-S_n^{\frac{1}{k}}=\lambda a_{n+1}^{\frac{1}{k}}$ 成立，则称此数列为“$\lambda\sim k$”数列.

(1) 若等差数列 $\{a_n\}$ 是“$\lambda\sim1$”数列，求 λ 的值；

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 是“$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sim2$”数列，且 $a_n>0$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(3) 对于给定的 λ，是否存在三个不同的数列 $\{a_n\}$ 为“$\lambda\sim3$”数列，且 $a_n\geq0$？若存在，求 λ 的取值范围；若不存在，说明理由.